Johannes Schweighofer
Matr.Nr. 8503710

SS-99
5479 SE/UE aus Ökonometrie
WU-Wien, Stiasny

KOINTEGRATION von Zeitreihen

Seite

I. EINIGE KONZEPTE

1. Stochastische Prozesse, Random Walk, White Noise, stochastische und deterministische Trends

Ein **stochastischer Prozeß** ist eine Zeitreihe von Zufallsvariablen $\{x_t\}$, also eine zeitlich geordnete Reihe an zufallsverteilten, stetigen oder diskreten Werten. Die Wahrscheinlichkeitsstruktur dieses Prozesse wird durch die gemeinsame Verteilungsfunktion $F(x_{t1}, ..., x_{tn})$ festgelegt (dies gilt nur unter bestimmten Regularitätsannahmen wie Symmetrie und Kompatibilität, da das Zeitkontinuum prinzipiel eine unendliche Menge darstellt). Weil die Beschreibung eines stochastischen Prozesses über die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion zu allgemein wäre, wird er durch das erste und zweite Moment, d.h. $\mu_t=E(x_t)$, $s^2_t=var(x_t)$, $\gamma_{t1,t2}=cov(x_{t1},x_{t2})$, definiert. Wenn x_t normalverteilt ist, dann wird der stochastische Prozeß vollständig durch seine Momente beschrieben, er wird auch als *Gauß-Prozeß* bezeichnet. Wenn sich μ_t, s^2_t und $\gamma_{t1,t2}$ über die Zeit ändern, dann sind sehr viele Parameter zu schätzen. Daher werden häufig Stationarität (Restriktion in bezug auf die Zeitheterogenität des Prozesses[1]) und asymtotische Unabhängigkeit (Restriktion in bezug auf das „Gedächtnis" des Prozesses) angenommen.

Ein Zeitreihenmodell liefert eine Beschreibung der Zufallseigenschaften jenes Prozesses, der die Realisationen der Stichprobe generiert hat.

Random Walk

Der Prozeß
$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad [1]$$
wird als **Random Walk** bezeichnet, wenn für $\{\varepsilon_t\}$ gilt:
$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2) = var(\varepsilon_t) = s^2 < \infty \quad \text{und} \quad cov(\varepsilon_t,\varepsilon_s) = 0 \ \forall\ t \neq s$$
d.h. wenn es sich bei $\{\varepsilon_t\}$ um einen **White Noise-Prozeß** handelt; $\{\varepsilon_t\}$ ist stationär, mit dem Erwartungswert von Null und über die Zeit unkorreliert (d.h., iid - „independent identically distributed" random variable; wenn Autokorrelation der Residuen vorliegt, dann spricht man nicht von einem Random Walk). Das Werfen einer Münze, wenn gilt: bei Kopf gehe zwei Schritte nach rechts, bei Zahl zwei nach links, stellt einen Random Walk dar. Ein Random Walk besitzt einen stochastischen Trend, es ist ein nicht-stationärer Prozeß (siehe unten).

Folgender AR(1)-Prozeß ist nur stationär, wenn gilt
$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t\,, \quad |\rho|<1 \qquad [2]$$

Der folgende Prozeß wird als Random Walk bzw AR(1) „with drift“ bezeichnet:

$$x_t = d + x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad [3]$$

$$x_t = d + \rho x_{t-1} + \varepsilon_t\,, \quad |\rho|<1 \qquad [4]$$

In [1] sind Varianz und Autokovarianz eine Funktion der Zeit, d.h. bei einem Random Walk handelt es sich um einen nicht-stationären Prozeß: $E(x_t) = 0$, aber $var(x_t) = t$ und $\gamma(\tau)= t-\tau$;

in [2] konvergieren Varianz und Autokovarianz asymtotische gegen eine Konstante: $var(x_t) \to 1/(1-\rho^2)$, $(E(x_t) = 0)$;

in [3] und [4] sind Varianzen und Autokovarianzen analog zu [1] und [2], der Erwartungswert in [4] konvergiert gegen $d/(1-\rho)$, wohingegen er in [3] $E(x_t) = dt$ beträgt (Siehe Maddala/Kim 1998, S.20ff). D.h. [4] ist stationär, obwohl ein Drift vorliegt. [1] und [3] sind hingegen nicht stationär.

Determinstische und stochastische Trends

Wenn die Form der Nicht-Stationarität einer Zeitreihe darin zum Ausdruck kommt, daß sie sich in eine bestimmte Richtung entwickelt, so spricht man von einem Trend. Bei einem stochastischen Trend ist die Variation der Zeitreihe schwer zu prognostizieren, obwohl sie systematischer Natur ist. Trends, die vollständig vorhersagbar sind (wenn man den Zeitkoeffizienten kennt), werden als deterministische Trends bezeichnet (siehe Maddala/Kim 1998, S.31, Abb 2.6. und Charemza/Deadman 1992, S.123). Deterministische Trends können folgende Form annehmen: 0, const, $\alpha+\beta t$ (linearer Trend), $S\beta_i t^i$ (Polynom-trend) etc.

Ein Beispiel eines ARIMA Prozesses (0,1,1) mit Drift (einem konstanten Term)

$$\Delta y_t = \alpha + e_t + \gamma e_{t-1} \qquad [5]$$

Unter bestimmten Annahmen (e_t ist iid, $y_0=e_0=0$) läßt sich zeigen, daß

$$y_t = \alpha t + (1+\gamma)\, \Sigma^{t}_{i=1} e_i - \gamma e_t = DT_t + ST_t + C_t$$

Der Prozeß läßt sich also in einen deterministischen Teil DT_t, in einen stochastischen Teil ST_t (dieser inkorporiert alle Random Schocks, die einen permanenten Effekt auf das Niveau von y_t haben) und in eine zyklische Komponente C_t (ein stationärer Prozeß mit $E(-\gamma e_t)=0$) aufspalten.

2. Stationarität und langfristige Gleichgewichtsbeziehungen

Strikte **Stationarität** einer Zeitreihe liegt vor, wenn die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von $F(x_{t1}, ..., x_{tn})$ jener von $F(x_{t1+\tau}, ..., x_{tn+\tau})$ für alle t_1 ... t_n und τ entspricht. D.h. die

[1] Der Paramtervektor des Prozesses $\{x_t\}$ reduziert sich dadurch von $(n+n^2)\times 1$ auf $(n+1)\times 1$; siehe Maddala/Kim 1998, S.11.

Verteilung des Prozesses bleibt über die Zeit unverändert, hängt also nicht von t (nur von τ) ab. Strikte Stationarität impliziert, daß alle exisitierenden Momente des Prozesses über die Zeit konstant sind[2]. Praktisch ist Stationarität leichter an Hand der Momente zu überprüfen.

Ein Prozeß ist **schwach** (oder zweiter Ordnung oder kovarianz-) **stationär**[3] wenn gilt:

$$E(x_t) = E(x_{t+\tau}) = \mu < \infty$$

$$E(x_t^2) = E(x_{t+\tau}^2) = s^2 < \infty$$

$$\gamma(\tau)=\mathrm{cov}\,(x_{t1},x_{t2}) = \mathrm{cov}(x_{t1+\tau},x_{t2+\tau}) = \gamma_\tau < \infty$$

D.h. Erwartungswert und Varianz sind Konstanten (von der Zeit unabhängig), die Kovarianz ist nur vom Abstand τ abhängig (und ebenfalls nicht von t).

Der Random Walk-Prozeß $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$ wird durch bilden der 1. Differenzen[4] stationär:

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = \varepsilon_t$$

Die Zeitreihe $\{x_t\}$ wird auch als **integriert** von **1. Ordnung**, **I(1)**, bezeichnet. Es handelt sich um einen **Differenzen-stationären Prozeß**. Allgemeiner: Wenn eine nicht-stationäre Reihe dadurch in eine stationäre transformiert werden kann, indem d mal die Differenzen gebildet werden, dann ist sie integriert von d-ter Ordnung, $x_t \sim I(d)$[5]. Wird eine nicht-stationäre Zeitreihe durch Differenzenbildung(en) stationär, so wird sie auch als **homogen** von (1,...n-ter) Ordnung bezeichnet.

Folgender **Trend-stationäre Prozeß** $x_t = \alpha + \delta t + \varepsilon_t$

hat einen Erwartungswert $E(x_t) = \alpha + \delta t$, aber eine konstant var $(x_t) = s^2$. Obwohl der Erwartungswert nicht konstant ist, kann der Prozeß einfach prognostiziert werden, wenn α und t bekannt sind. Die Zeitreihe ist also stationär um einen deterministischen Trend und kann durch Regression auf die Zeit einfach in eine stationäre Reihe transformiert werden. Die Frage, ob eine Trend- oder eine Differenzen-stationärer Prozeß vorliegt, ist wichtig, weil durch die „falsche“ Methode der Trendbereinigung der Trend eben nicht eliminiert wird. Beispielsweise wird bei einem trendstationären Prozeß durch bilden der Differenzen bzw bei Vorliegen eines stochastischen Trends durch Regression auf die Zeit der Trend nicht eliminiert. Dies ist aber nicht immer unmittelbar ersichtlich. Es können Probleme von „overdifferencing“ und

---

[2] Umgekehrt können Erwartungswert, Varianz und Autokovarianz stationär, die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion aber nicht stationär sein.

[3] Ein Gaußscher schwach stationärer Prozeß ist gleichzeitig strikt stationär.

[4] Definitionen zur Differenzenbildung und zum Lag-Operator: $\Delta^d x_t$ bedeutet, daß d Differenzen gebildet werden; z.B. $\Delta^2 x_t = \Delta x_t - \Delta x_{t-1} = x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2} = (1-L)^2 x_t$. Demgegenüber bedeutet $L^n x_t = x_{t-n}$.

[5] Das Konzept der saisonelle Integration besagt: Eine nicht-stationäre Zeitreihe wird als saisonell integriert von der Ordnung (d, D), also Si_s (d, D), bezeichnet, wenn sie in eine stationäre Reihe transformiert werden kann durch die Bildung von s-Differenzen (bei Quartalsdaten beispielsweise $x_t - x_{t-4}$) D mal und anschließende Bildung 1. Differenzen.

„underdifferencing“ auftreten (siehe Maddala/Kim 1998, S. 32f und Charemza/Deadman 1992, S. 133f).

Warum ist die Stationarität einer Zeitreihe von Bedeutung ?

Es hat sich gezeigt, daß die statistischen Eigenschaften einer Regression mit nicht-stationären Zeitreihen von zweifelhafter Bedeutung sind[6]. Man spricht in diesem Zusammenhang von „**sprurious regression**“, also von Scheinkorrelationen.

Zur Illustration folgende Beispiele:

Beispiel 1: Regressiert man einen linearen Trend $y_n = n$ auf einen quadratischen Trend $x_n = n^2$ so erhält man für n=30 folgendes Regressionsergebnis:

$$y_t = 5{,}92 + 0{,}030\, x_t$$

$$(9{,}9) \quad (21{,}2) \qquad\qquad R^2 = 0{,}94 \quad DW=0{,}06$$

Mit Ausnahme des Durbin-Watson Tests zeigt die Gleichung keine Anzeichen für Fehlspezifikation, im Gegenteil, sie suggeriert hohe Korrelation und einen hohen Erklärungsgrad, obwohl die beiden Variablen einen deterministischen Trend aufweisen, der über die Zeit auseinanderläuft (siehe Charemza/Deadman 1992, S.124)[7].

Beispiel 2: Man betrachte die beiden unabhängigen Random Walk-Prozesse mit stochastischem Trend:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \,,\ \varepsilon_t \sim iid(0,s^2_\varepsilon)$$

$$x_t = x_{t-1} + u_t \,,\ u_t \sim iid(0,s^2_u)$$

Da beide Variablen unabhängig generiert werden, könnte man annehmen, daß sich keine signifikanten Zusammenhänge erkennen lassen. Es hat sich aber gezeigt, daß in 2/3 aller Regressionen (t=1,...,50; Anfangswerte $y_0=x_0=100$) signifikante t-Statistiken vorliegen.

Konventionelle t- und F-Tests neigen also bei Regressionen mit nicht-stationären Zeitreihen dazu, einen Zusammenhang zu signalisieren, wo tatsächlich keiner besteht (die Nullhypothese „kein Zusammenhang“ wird zu oft verworfen). Es wurde (von Granger und Newbold 1987 und anderen) gezeigt, daß die kritischen Werte auf 11,2 oder sogar höher angesetzt werden müssen.

Bezogen auf das Konzept der „Kointegration“ (siehe Kap I.4. unten) heißt das, daß die Regressionsgleichung $y_t = \beta x_t + u_t$ nur dann sinnvoll ist, wenn sich die beiden Variablen nicht weit auseinander bewegen, d.h. $y_t - \beta x_t = u_t$ einer I(0) Variable entspricht, also stationär ist.

---

6 Im Zusammenhang mit kointegrierten Variablen siehe dazu die Bemerkung in Maddala (1998): „Loosly speaking, lack of cointegration means spurious regression“ (Maddala/Kim 1998, S.3).

7 Maddala/Kim 1998 kommen zu einem anderen Ergebnis: Siehe Table 2.1, S.32.

Ansonsten ergeben sich „spurious regressions“, also Scheinkorrelationen (Siehe Fig.2.5, Maddala/Kim 1998, S.27)

Aber das Konzept der Stationarität ist auch deshalb von Bedeutung, weil es der statistische Ausdruck einer **langfristigen Gleichgewichtsbeziehung** ist. Oder anders formuliert: Wenn $y=\beta x$ das langfristige Gleichgewicht definiert, sollte $y_t-\beta x_t = \varepsilon_t$ einen Fehlerprozeß beschreiben, der I(0) und $E(\varepsilon_t)=0$, also „mean-zero stationary“ ist. Der Fehler darf also nicht unendlich anwachsen, wenn es sich tatsächlich um eine Gleichgewichtsbeziehung handeln sollte (siehe Banerjee et al 1992, S.4ff).

Wie bereits erwähnt, kann eine nicht-stationäre Reihe durch Differenzenbildung oder durch Eliminierung des Trends in eine stationäre Reihe transponiert werden. Mit der Trendbereinigung gehen aber Informationen über die langfristigen Beziehung zwischen den beobachteten Zeitreihen verloren. Kointegrationsgleichungen und Fehlerkorrektur-Modelle versuchen sowohl die kurz- als auch die langfristige Dynamik zu beschreiben. Bei der Schätzung von sehr langfristigen Beziehungen (vielleicht über 100 Jahre) tritt neben der Frage, ob Variablen kointegriert sind, noch zusätzlich das Problem der Parameter-Stabilität auf.

3. Autokorrelationsfunktion (AKF)

Die Autokorrelationsfunktion ist folgendermaßen definiert:

$$\rho_k = Cov(y_t, y_{t+k}) / s_{yt}\, s_{yt+k}$$

da bei einem stationären Prozeß die Varianz zeitunabhängig ist, lautet die Autokorrelationfunktion

$$\rho_k = E[(y_t - \mu_y)(y_{t+k} - \mu_y)] / s_y^2 \qquad [6]$$

Die geschätzte Autokorrelationsfunktion der Stichprobe lautet:

$$\boxed{\hat{\rho}_k = [\textstyle\sum_{t=1}^{T-k}(y_t-\bar{y})(y_{t+k}-\bar{y})] / \sum_{t=1}^{T} (y_t-\bar{y})^2} \qquad [7]$$

Wenn $\rho_k=0$ für alle $k>0$, dann handelt es sich bei $\{y_t\}$ um einen White Noise-Prozeß. Wenn die Autokorrelationsfunktion mit ansteigendem k rasch gegen 0 geht, dann liegt ein stationärer Prozeß vor. Dies ist leicht zu sehen bei dem folgenden AR(1)-Prozeß: $x_t = d + \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$. Die Autokovarianz beträgt: $cov(x_t, x_{t-k}) = (\rho^k s^2_\varepsilon)/(1-\rho^2)$; wenn $|\rho|<1$, dann geht ρ^k bei größer werdendem k gegen Null. Bei einem AR(1)-Prozeß ohne Drift ist $cov(x_t, x_{t-k}) = \rho^k$.

Um die gemeinsame Hypothese, daß alle Korrelationskoeffizienten 0 sind, zu testen, wird die Q-Statistik von Box und Pierce verwendet:

$$Q = T \sum_{k=1}^{k} \hat{\rho}_k^2 \qquad [8]$$

Sie ist χ^2 verteilt mit K Freiheitsgrade (T ist die Anzahl der Beobachtungen). Der kritische Wert auf dem 10% Niveau ist für 10 Lags (K=10) 15,99, d.h. wenn die Teststatistik über

15,99 liegt, wird die Nullhypothese (white noise, die Autokorrelationskoeffizienten sind 0) verworfen.

Bei Daten mit einem Saisonmuster (beispielsweise auf Jahresbasis) zeigt die Autokorrelationfunktion Spitzen bei y_{t-12}, y_{t-24}, usw. Wenn das Saisonmuster in der Originalreihe nicht erkennbar ist, so sieht man es in der Autokorrelationsfunktion.

4. Unit Roots, ADF-Test, Kointegration und Fehlerkorrekturmodelle

Die Frage, ob ökonomische Variablen wie BIP, Beschäftigung, Zinsen, Konsum, etc einem Random Walk folgen, also nicht-stationär sind oder eher einem langfristigen Trend (also ein Verhalten aufweisen, daß mit „trend reverting“ beschrieben werden kann), hat Konsequenzen in bezug auf die Einschätzung der Wirkungen von Schocks: Im ersteren Fall haben sie permanente Auswirkungen !

Charakteristische Gleichungen - Unit Roots

Ein autoregressiver Prozeß ist stationär, wenn die Wurzeln der charakteristischen Gleichung

$$C(z) = 1 + \beta_1 z + \beta_2 z^2 + ... + \beta_q z^q = 0$$

(die Lösungen des Polynoms q-ter Ordnung, also die Eigenwerte) größer als 1 sind, also außerhalb des Einheitskreises liegen (Modulus > 1)[8].

Für AR(1) $y_t = \mu + \beta y_{t-1} + \varepsilon_t$ oder $C(L)y_t = (1-\beta L)y_t = \mu + \varepsilon_t$,

gibt es für $C(L) = 1- \beta L = 0$ nur eine Lösung: L bzw $z = 1/\beta$;

diese Lösung liegt nur dann außerhalb des Einheitskreises wenn: $|\beta| < 1$

Für AR(2) $y_t = \mu + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ oder $C(L)y_t=(1- \beta_1 L - \beta_2 L^2)y_t = \mu + \varepsilon_t$,

ist die Invertierung $y_t =[C(L)]^{-1} (\mu + \varepsilon_t)$

dann möglich, wenn das Polynom eine konvergierende Reihe ergibt, was wiederum von β_1 und β_2 abhängt.

In der MA-Darstellung[9] $y_t = {}_{i=0}\Sigma^{\infty}\, \pi(\mu + \varepsilon_{t-1})$ mit der $var(y_t) = {}_{i=0}\Sigma^{\infty}\, \pi^2_i s^2_\varepsilon$ ist diese dann finit, wenn die Reihe der π_i konvergiert, was wiederum von β_1 und β_2 abhängt. Die Bedingungen für Konvergenz der Reihen sind: $\beta_1 + \beta_2 < 1$, $\beta_1 - \beta_2 > 1$ und $|\beta_2| < 1$.

Der zentrale (mathematische) Gedanke ist also die Konvergenz von Reihen, sie dürfen nicht explodieren. Analoge Überlegungen gelten für alle andere AR-Prozesse und auch für MA-Prozesse.

---

[8] Die Wuzeln können reale oder komplexe Zahlen sein. Sie haben die Form $a \pm bi$, wobei $i^2=-1$. Der Einheitskreis ist definiert im zweidimensionalen Raum a (realer Teil) und b (komplexer Teil) mit $a^2 + b^2 = 1$.

Tests auf Stationarität (Grad der Integration) - Augmented Dickey-Fuller (ADF-)Test

Bevor eine sinnvolle Regression durchgeführt werden kann, müssen die Zeitreihen auf den Grad der Integration bzw auf Stationarität abgetestet werden. Angenommen, die Reihe y_t wäre I(1), also von folgendem datengenerierenden Prozeß erzeugt:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Dann liegt es nahe, auf H_0: $\rho=1$ in der folgenden Gleichung zu testen

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Wenn $|\rho|<1$, dann handelt es sich um einen stationären Prozeß. Wird diese Gleichung mit OLS geschätzt und ist der tatsächliche Wert $\rho=1$, dann weisen die Schätzergebnisse jedoch einen Bias gegen 0 auf.

Der **Augmented Dickey-Fuller-(ADF-)Test** untersucht Stationarität bei AR-Prozessen, wobei H_0 immer Unit Roots, also Nicht-Stationarität bzw Random Walk, annimmt. Es können Niveaus oder Differenzen der Zeitreihe überprüft werden. Es können weiters eine Konstante (Random Walk mit Drift) und ein deterministischer Trend mitberücksichtigt werden. Um die Möglichkeit von Autokorrelation der Residuen zu erlauben, werden in der „*augmented* version“ die verzögerten Differenzen der Zeitreihe mitberücksichtigt.

Angenommen, y_t kann durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + {}_{j=1}\Sigma^k \lambda_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

Dann werden mit OLS zuerst die folgende Gleichung ohne Restriktionen

$$\boxed{y_t - y_{t-1} = \alpha + \beta t + (\rho-1)y_{t-1} + {}_{j=1}\Sigma^k \lambda_j \Delta y_{t-j} \qquad [9]}$$

und dann die folgende Gleichung mit Restriktionen

$$\boxed{y_t - y_{t-1} = \alpha + {}_{j=1}\Sigma^k \lambda_j \Delta y_{t-j} \qquad [10]}$$

geschätzt. Dann werden die Standard-F-Werte für die Restriktion $\beta=0$ und $\rho=1$ ermittelt[10]. Unter der Null-Hypothese folgen diese jedoch nicht einer Standard F-Verteilung; es müssen die von Dickey und Fuller (und anderen) ermittelten Verteilungen herangezogen werden, die sich, je nachdem, ob eine Konstante und ein deterministischer Trend berücksichtigt werden, unterscheiden.

---

[9] Jeder stationäre AR-Prozeß kann in einen äquivalenten MA-Prozeß infiniter Ordnung transformiert werden (man sagt auch, der AR-Prozeß sei in einen MA-Prozeß invertierbar). Äquivalent dazu ist unter bestimmten Invertierbarkeitsbedingungen ein finiter MA-Prozeß als AR-Prozeß von infiniter Ordnung darstellbar.

[10] Der F-Wert wird folgendermaßen berechnet: $F = [(N-k)(ESS_R-ESS_{UR})] / q(ESS_{UR})$, d.h. N ist die Zahl der Beobachtungen, k die Anzahl an geschätzten Parametern in der unrestringierten Gleichung, ESS_R ist die Summe der quadrierten Residuen in der restringierten Gleichung, ESS_{UR} in der unrestringierten Gleichung.

Der ADF-Test hat eine beschränkte Aussagekraft: Er erlaubt zwar, die Hypothese, daß die Variable keinem Random Walk folgt, zu verwerfen (bzw nicht zu verwerfen), aber die Evidenz für Random Walk ist nur schwach[11].

Tests auf Kointegration

In normalen Regressionsgleichungen wie $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$ wird angenommen, daß $\varepsilon_t \sim$ iid $N(0,s^2)$ ist, d.h.es handelt sich bei $\{e_t\}$ um einen stationären Prozeß. Dabei wird allerdings implizit vorausgesetzt, daß y_t und x_t intgriert vom selben Grad sind; denn andererseits würden sie sich nicht ähnlich entwickeln, d.h. die Abstände könnten sich beispielsweise mehr und mehr vergrößern[12]. Das heißt aber auch, daß es sich in obiger Gleichung um eine langfristige Gleichgewichtsbeziehung handelt. Oder um es anders zu formulieren: Wenn es eine langfristige Beziehung zwischen zwei nicht-stationären Reihen gibt und die Abweichungen von diesem langfristigen Pfad stationär sind, dann werden die Variblen als kointegriert bezeichnet.

Definition: Zwei Zeitreihen y_t und x_t werden als kointegriert der Ordnung d, b bezeichnet, wobei d = b = 0 ist, geschrieben als $y_t, x_t \sim CI(d, b)$, wenn

1) beide Reihen integriert von Ordnung d sind,

2) eine Linearkombination der Art $\alpha_1 x_t + \alpha_2 y_t$ existiert, die integriert ist von der Ordnung d-b.

Der Vektor $[\alpha_1, \alpha_2]$ wird als Kointegrationsvektor bezeichnet. Für die empirischen Arbeiten ist natürlich der Fall d=b am interessantesten.

Zwei I(1) Variablen y_t und x_t sind kointegriert, wenn es eine Linearkombination $(y_t-\beta x_t)$ der beiden Variablen gibt, die I(0) Eigenschaft besitzt. Dies wird mit CI(1,1) bezeichnet.

Angenommen $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$

dann gilt: 1) wenn $y_t \sim I(1)$ und $x_t \sim I(0)$, dann ist $\varepsilon_t \sim I(1)$ und y_t, x_t sind nicht kointegriert;

2) wenn $y_t \sim I(1)$ und $x_t \sim I(1)$, dann kann es sein, daß $\varepsilon_t \sim I(0)$ und y_t, x_t sind kointegriert nur dann, wenn $[\beta, -1]$ einen Kointegrationsvektor darstellt;

3) wenn $y_t \sim I(0)$ und $x_t \sim I(0)$, dann ist $\varepsilon_t \sim I(0)$ und die Frage der Kointegration macht keinen wirklichen Sinn.

Der Fall kann auf I(2) erweitert werden; es sind dann verschiedene Formen der Kointegration möglich: Linearkombinationen von I(2) können I(1) oder I(0) sein und Linearkombinationen von I(1) können kointegriert mit Differenzen von I(2) sein, um I(0) Variablen zu erzeugen.

---

[11] Die Interpretation von α und β ist unterschiedlich, je nachdem ob H_0 oder H_1 gilt; siehe Maddala/Kim 1998, S. 39.

[12] Siehe die Abbildungen in Maddala/Kim 1998, S.27 und Charemza/Deadman 1992, S.145.

Die Frage der Kointegration verkompliziert sich einerseits, wenn verschieden Integrationsgrade vorliegen und andereseits, wenn mehr als zwei Variablen involviert sind. Es sind Kombinationen von [I(0) = I(1) + I(1)] oder [I(1) = I(2) + I(2)] möglich (siehe Charemza/Deadman 1992, S.147f).

Vorgangsweise nach **Engle und Granger**(1987) :

Beim Test auf Kointegration wurde wie folgt vorgegangen:

1) Zunächst wird festgestellt, ob die Variablen denselben Grad der Integration haben. Mittels ADF kann festgestellt werden, ob die beiden Random Walks nach dem Bilden der 1. Differenzen Δx_t und Δy_t stationär sind. Unter der Annahme, daß x_t und y_t kointegriert sind, wird eine Kointegrationsregression in Niveaus mit OLS[13] (dann liefert OLS brauchbare Werte);
2) Nun wird überprüft, ob ε_t in der Gleichung $y_t = \alpha + \beta\ x_t + \varepsilon_t$ stationär ist (mit einem ADF- oder DW-Test). Wenn die beiden Variablen nicht kointegriert sind, dann ist jede Linearkombination von ihnen nicht stationär. H_0 ist Nicht-Stationarität bzw nicht kointegriert ! Unterschieden wird noch, ob der Kointegrationsvektor bekannt ist oder nicht (siehe Charemza/Deadman 1992, S.150f). Diese Test werden, aus naheliegenden Gründen, als „*residual-based tests*" bezeichnet.

   Der ADF-Test basiert auf $\hat{}\varepsilon_t - \hat{}\varepsilon_{t-1} = \alpha + \beta\hat{}\varepsilon_{t-1}$

   Die geschätzten $\hat{}\varepsilon_t$ können als Abweichungn von y_t vom langfristigen Pfad interpretiert werden.

   Die Durbin-Watson-Statistik lautet $DW = \Sigma\ (e_t\text{-}e_{t-1})^2 / \Sigma\ (e_t)^2$

   Wenn e_t einen Random Walk darstellt, also nicht stationär ist, dann liegt der DW nahe 0 (weil der $E(e_t\text{-}e_{t-1})=E(u_t)=0$); daher kann auf DW=0 getestet werden. Bei 100 Beobachtungen liegen die kritschen Werte bei 1% bei 0,511, bei 5% bei 0,385 und bei 10% bei 0,322; d.h. wenn der DW einen Wert von beispielsweise 0,71 ausweist, dann kann die Hypothese „keine Kointegration" auf dem 1% Signifikanzniveau verworfen werden.

Fehlerkorrekturmodelle (ECM)

Das Charakteristikum von ECM ist die Vorstellung einer langfristigen Gleichgewichtsbeziehung und die Aufnahme eines Fehlerkorrekturterms in die Regressionsgleichung, der das Ungleichgewicht der vorangegangenen Periode, also einen Anpassungsmechanismus, zum Ausdruck bringt. Der Umstand, daß Variablen kointegriert sind, impliziert, daß ein Anpassungs-

---

[13] Bei zwei Variablen müssen diese denselben Grad der Integration aufweisen. Bei mehreren Variablen muß als Bedingung zumindest gelten, daß der Grad der Integration der abhängigen Variable nicht höher ist als jener der

mechanismus am Werk ist, der verhindert, daß die Abweichungen größer und größer werden. Diese Entsprechung wird als *Granger representation theorem* bezeichnet - wenn eine Menge von I(1) Variablen kointegriert sind, dann kann angenommen werden, daß sie von einem ECM generiert wurden. ECM versuchen, die kurz- und die langfristige Kovariation von Variablen zu modellieren.

Zwei Verfahren wurden entwickelt:

1) Verfahren nach Engle und Granger (1987) (siehe Charemza/Deadman 1992, S.154ff)

Es eignet sich insbesondere für I(1)-Variablen. Angenommen seien deshalb zwei I(1)-Variablen: $y_t = \beta x_t + u_t$

Es sei weiters angenommen, daß der ADF-Test für $\hat{u}_t$ Stationarität nahelegt, d.h. die beiden Variablen sind kointegriert. Dann kann folgendes kurzfristiges Modell mit einem Anpassungsmechanismus geschätzt werden:

$$\Delta y_t = \alpha_1 \Delta x_t + \alpha_2 (y_{t-1} - \hat{\beta} x_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad [11]$$

$\alpha 2$ ist negativ. Es müssen die geschätzten $\hat{\beta}$ aus der langfristigen Gleichung verwendet werden, damit nicht in der kurzfristigen und der langfristigen Gleichung zwei unterschiedliche β gegeben sind und damit keine unterschiedlichen Grade der Integration in der kurzfristigen Gleichung vorliegen, d.h. $(y_{t-1} - \hat{\beta} x_{t-1}) \sim I(0)$

2) Autoregressive Distributed Lag Model

Es liegt folgende Gleichung vor

$$y_t = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^{n} \beta_i x_{t-i} + \varepsilon_t$$

Sie wird mit OLS geschätzt und die langfristigen Koeffizienten β^* (wenn $y_t = y_{t-i}$ und $x_t = x_{t-i}$) ergeben sich aus den Schätzwerten: $\beta^* = (\sum_{i=0}^{n} \hat{\beta}_i) / (1 - \sum_{i=1}^{n} \hat{\alpha}_i)$. Dieser Wert β^* wird, so wie im vorangegangen Verfahren, in die Gleichung mit dem Anpassungsmechanismus eingesetzt.

Beide Verfahren beginnen also damit, daß sie eine langfristige Beziehung schätzen ($y_t = \beta x_t + u_t$) und dann die Abweichungen vom langfristigen Pfad (mit den entsprechenden Lags), als Fehlerkorrekturmechanismus in die kurzfristige Gleichung einsetzen.

unabhängigen Variablen. Darüber hinaus müssen entweder keine oder zumindest zwei Variablen gleichen Grades höher integriert sein als die abhängige Variable. Siehe Charemza/Deadman 1992, S. 149.

II. SIND REALLÖHNE UND PRODUTKIVITÄT IN DEN ÖSTERREICHISCHEN DATEN KOINTEGRIERT ?

Die nachfolgenden Ausführungen stützen sich auf einen Artikel von Gerhard Thury „*Testing für Cointegration and Dynamik Specifikation. An Applikation to Austrian Aggregate Wage Data*“, in: Empirica 1990/1. Es wird für die österreichische Gesamtwirtschaft der Frage nachgegangen, ob die Reallöhne und Produktivität (und Arbeitslosigkeit und Arbeitszeit) kointegriert sind. Es werden Quartalsdaten (1964:1-1995:4) und Jahresdaten (1960-1995) untersucht. Zuerst wird überprüft, von welchem Grad die Zeitreihen integriert sind. Dann wird untersucht, ob Kointegrationsbeziehungen vorliegen. Weiters wird der Frage nachgegangen, ob ein Fehlerkorrekturmodell die Entwicklung der untersuchten Größen abzubilden imstande ist. Zuletzt wird die These überprüft, ob es Anfang der 90er Jahre zu einem Strukturbruch im Zusammenhang zwischen Reallohn und Produktiviät kam.

Gegenüber der Arbeit von Thury wird ein längerer Zeitraum geschätzt (1960/64-1995 gegenüber 1970-1988), es werden zum Vergleich auch Jahresdaten herangezogen und es wird darüber hinaus auf Strukturbruch untersucht.

Für die Spezifikation der Regressionsgleichung

$$\Delta LRLOHN_t = \beta_0 + \beta_1\, \Delta LPROD_t + \beta_2\, \Delta LALQLT_t + \beta_3\, \Delta LAZIND_t$$

kann folgende empirisch-theoretische Begründung gefunden werden:

Gewerkschaften und Arbeitgeberverbände verhandeln über den „Kuchenzuwachs“, also den Zuwachs im Volkseinkommen. Wenn sich die Reallöhne im Verhältnis zur Produktivität entwickeln, bleibt die funktionale Einkommensverteilung konstant. In Österreich gibt es Anzeichen, daß die Sozialpartner langfristig die gegebene Einkommensverteilung nicht in Frage stellen. Ob sich diese Langfristbeziehung Anfang der 90er Jahre geändert hat, soll untersucht werden. Die Arbeitslosigkeit bzw ein Anstieg der Arbeitslosigkeit schwächt die Verhandlungsposition der Gewerkschaften. Da Stundenlöhne (Bruttolohn- und -gehaltssumme / gesamte Jahresarbeitsstunden) geschätzt werden, sollte die Arbeitszeit einen (eher) negativen Einfluß ausüben.

1. Fragestellung und erste Datenanalyse

Folgende vier Fragen sollen untersucht werden:

a) Welchen Integrationsgrad besitzen die Zeitreihen (Reallohn, Produktivität, Arbeitslosigkeit und Arbeitszeit) ?

b) Sind die Zeitreihen kointegriert ?
c) Kann ein Fehlerkorrekturmodell geschätzt werden ?
d) Gibt es einen Strukturbruch im Zusammenhang zwischen Reallohn und Beschäftigung Anfang der 1993 (These: Im Gefolge der Ostöffnung und später der EU-Integration hat sich auch in Östereich das Konzept „Lohnzurückhaltung = Lohnabschlüsse, die deutlich hinter Produtivität+Inflation zurückbleiben“ durchgesetzt) ?

Erste Datenanalyse

Was sagen ein Plot der Zeitreihe, die Abbildung der 1.Differenzen und die Autokorrelationsfunktionen (AKF) über den Integrationsgrad der Zeitreihen ?

Zunächst zeigt sich einmal, daß alle Variablen (vielleicht mit Ausnahme von ALQ) einen Trend aufweisen (steigend, mit Ausnahme der Arbeitszeit, die im Zeitverlauf zurückgeht).

Nun die Variablen im einzelnen:

Reallohn (LRLOHN)

Bei den Jahreswerten besitzt DLRLOHN einen negativen Trend, die AKF von DLRLOHN erreicht den Nullwert bei 7 Lags. In Quartalsdaten gemessen scheinen die ersten Differenzen vom Reallohn stationär, die AKF wechselt kontinuierlich das Vorzeichen. Daraus folgt, daß der Reallohn entweder I(2) oder I(1) ist.

Produktivität (LPROD)

Es zeigt sich ein beinahe identes Bild zu LRLOHN. LPROD ist als I(2) oder I(1).

Arbeitslosigkeit (LALQLT)

Bei den Jahresdaten weisen die 1. Differenzen und die AKF auf I(1) hin. Bei den Quartalsdaten ist das Saisonmuster dominant (beispielsweise weist DALQLT eine mit der Zeit abnehmende Varianz auf, was auf den geringer werdenden Anteil der Saisonarbeitslosigkeit hinweist).

Arbeitszeit (LAZINDJ und LAZINDGE)

Die Arbeitszeit scheint homogen vom Grade 1 zu sein.

Preise (LBIPDEFL)

Die Preise wiederum scheinen sich entweder wie eine I(1)-Variable oder möglicherweise sogar wie eine I(2)-Variable zu verhalten.

2. <u>ADF-Test</u>

Zunächst muß darauf hingewiesen werden, daß die Ergebnisse des Augmented Dickey-Fuller-Tests sehr sensibel darauf reagieren, je nachdem ob eine Konstante, eine Konstante und ein Zeittrend, und/oder Lags der Differenzen der abhängigen Variable inkludiert werden[14]. Im folgenden wird so vorgegangen, daß sowohl eine Konstante, ein Trend und verzögerte Differenzen der Zeitreihe (als Standartspezifikation) inkludiert werden, aber auch andere Spezifikationen in Betracht gezogen werden, v.a. dann, wenn Konstante, Trend oder Lags nicht signifikant sind.

Reallohn (LRLOHN)

Bei den Jahresdaten ist die Teststatistik von DDLRLOHN mit -5,71 deutlich niedriger als der kritische Wert auf dem 1% Niveau von -4,27; bei den Quartalsdaten zeigt sich für DLRLOHN -11,24 < -4,03 (Kritischer Wert auf 1% Niveau): Daraus folgt, daß die Jahresdaten eher I(2), die Quartalsdaten eher I(1) nahelegen und damit die Ergebnisse des Vorkapitels bestätigt werden.

Produktivität (LPROD)

Der ADF weist bei den Jahresdaten eher in Richtung I(2) (DDLPROD: -6,88<4,27), bei den Quartalsdaten eher zu I(1) (DLPROD: -25,26 < -4,03)

Arbeitslosigkeit (LALQLT)

Die Jahresdaten ergeben ein eindeutiges Resultat: H_0 kann bei DLALQLT verworfen werden, d.h. die 1. Differenzen sind stationär. Die Quartalsdaten weisen hingegen auf I(1) oder sogar I(0) hin.

Arbeitszeit (LAZINDJ und LAZINDGE)

Der ADF-Test weist deutlich in Richtung I(1), bei den Quartalsdaten zeigen manche Spezifikationen sogar I(0) an.

Preise (LBIPDEFL)

Bei den Jahresdaten weist der ADF-Test in Richtung I(2), bei den Quartalsdaten eindeutig zu I(1).

Faßt man die Ergebnisse des Plots, der 1. Differenzen, der AKF und des ADF-Tests zusammen, dann folgt daraus:

---

[14] Das Einbeziehen einer Konstante ergibt offensichhtlich unerwartete Ergebnisse. Siehe dazu Charemza/ Deadman, 1992, S.134.

	Jahresdaten	*Quartalsdaten*
Reallohn	**eher I(2)**	**eher I(1)**
Produktivität	**eher I(2)**	**eher I(1)**
Arbeitslosigkeit	**I(1)**	**I(1) oder ev. I(0)**
Arbeitszeit	**I(1)**	**I(1)**
Preise	**I(1) oder ev. I(2)**	**I(1)**

Diese Ergebnisse sind sehr ähnlich jenen, zu denen Thury kommt; daß der Reallohn und die Produktivität in den Jahresdaten homogen vom Grade 2 sind, konnte Thury, der nur mit Quartalsdaten arbeitet nicht feststellen.

3. Tests auf Kointegration

G. Thury geht von einem „Sargan wage bargaining"-Modell aus. Es stellt sich die Frage, ob Reallöhne und Produktivität in einer langfristigen Gleichgewichtsbeziehung zueinander stehen, d.h. die Abweichungen vom langfristigen Trend stationär sind ? In diesem Zusammenhang stellt sich die weitere Fragen, ob der Gleichgewichtszusammenhang in der Entwicklung der Niveaus oder der Veränderungen besteht ? Handelt es sich um eine langfristige Gleichgewichtsbeziehung, dann müssen die Niveaus der Variablen herangezogen werden. Im Folgenden werden, analog zur Arbeit von Thury, diese Niveaus geschätzt (dies legt das Konzept der Kointegration nahe); im nächsten Kapitel werden die Veränderungen (und ein Anpassungsmechanismus) in einem ECM untersucht.

Ob Kointegration vorliegt, wird mit dem ADF-Test, mit einem DW-Test und mit dem Johansen-Test untersucht.

Bevor die Ergebnisse präsentiert werden, noch eine Bemerkung zu den Homogenitätsgraden der verwendeten Zeitreihen: Es ist nicht gewährleistet, daß alle Variablen vom selben Grad integriert sind. Da die abhängige Variable LRLOHN in den Jahresdaten wahrscheinlich I(2) ist, die unabhängigen Variblen aber entweder I(2) (LPROD) oder I(1) (LALQLT und LAZINDJ) dürfte es unwahrscheinlich sein, daß zwischen den vier Variablen Konitegrationsbeziehungen bestehen (zwischen der Produktivität und dem Reallohn besteht diese Problem nicht). In den Quartalsdaten scheint keine Problem verschiederner Homogenitätsgrade gegeben zu sein.

Betrachtet man den Zusammenhang zwischen Reallöhnen und Produktivität so zeigt sich:

Jahresdaten		$\mathbf{LRLOHN_t = 6{,}2 + 1{,}1\ LPROD_t}$		
	$R^2=0{,}98$	(196,1) (54,9)	DW=0,24	ADF= -1,37
Quartalsdaten		$\mathbf{LRLOHN_t = 6{,}2 + 1{,}1\ LPROD_t}$		
	$R^2=0{,}98$	(966,7) (100,2)	DW=1,40	ADF= -4,22

DW- und ADF-Test zeigen, daß die Residuen der Schätzung der Jahresdaten offensichtlich nicht-stationär, in den Quartalsdaten hingegen stationär sind. Daraus folgt, daß in den Jahresdaten Reallöhne und Produktivität nicht, in den Quartalsdaten hingegen schon kointegriert sind.

Berücksichtigt man in der vorangegangenen Gleichung den dämpfenden Effekt der Arbeitslosigkeit, so zeigen sich folgende Ergebnisse:

Jahresdaten		$\mathbf{LRLOHN_t = 6{,}1 + 1{,}1\ LPROD_t - 0{,}049\ LALQLT_t}$			
	$R^2=0{,}99$	(175,0) (58,1)	(-4,2)	DW=0,49	ADF= -2,04
Quartalsdaten		$\mathbf{LRLOHN_t = 6{,}3 + 1{,}0\ LPROD_t + 0{,}018\ LALQLT_t}$			
	$R^2=0{,}99$	(175,4) (77,7)	(1,92)	DW=1,25	ADF= -3,62

Es zeigt sich dasselbe Ergebnis wie in der vorangegangenen Gleichung: In den Quartalsdaten liegt Kointegration der Variablen vor, in den Jahresdaten nicht. In den Jahresdaten hat die Arbeitslosigkeit den erwarteten negativen Einfluß auf die Entwicklung der Reallöhne, in den Quartalsdaten jedoch nicht !

In der folgenden Gleichung geht auch die Entwicklung der Arbeitszeit ein:

Jahresdaten			$\mathbf{LRLOHN_t = 16{,}0 + 0{,}8\ LPROD_t - 0{,}058\ LALQLT_t - 1{,}39\ LAZINDJ_t}$		
$R^2=0{,}99$	DW=0,69	ADF= -2,79	(9,3) (13,6)	(-6,9)	(-5,7)
Quartalsdaten			$\mathbf{LRLOHN_t = 1{,}3 + 1{,}2\ LPROD_t + 0{,}039\ LALQLT_t + 0{,}41\ LAZINDJ_t}$		
$R^2=0{,}99$	DW=1,20	ADF= -3,63	(0,89) (25,6)	(3,6)	(3,3)

In den Jahresdaten weist der DW-Test in Richtung Stationarität der Residuen, der ADF-Test hingegen auf Nicht-Stationarität hin. In den Quartalsdaten liegt offensichtliche Residuen-Stationarität vor, ergo Kointegration. Wiederum haben in der Gleichung, die Jahresdaten verwendet, die Arbeitslosigkeit und die Arbeitszeit das erwartete Vorzeichen, nicht jedoch bei den Quartalsdaten[15].

Zusammenfassend kann also festgehalten werden: Reallöhne, Produktivität, Arbeitslosigkeit und Arbeitszeit sind, wenn sie in Quartalsdaten gemessen werden, offensichtlich kointegriert. In den Jahresdaten zeigt sich hingegen kein Kointegrationsbeziehung. Damit bestätigen die formalen Kointegrationstests, was sich schon in Kapitel II.1 und II.2 angedeutet hat: Die Variablen haben in den Jahresdaten einen unterschiedlichen Homogenitätsgrad, womit Kointegration unwahrscheinlicher wird.

4. Fehlerkorrekturmodell

Wird der Zusammenhang zwischen Reallöhnen und Produktivität in den 1. Differenzen geschätzt, so zeigen sich folgende Resultate:

Jahresdaten $\mathbf{\Delta_1 LRLOHN_t = 0.008 + 0{,}6\Delta_1 LPROD_t - 0{,}04\Delta_1 LALQLT_{t-1} - 0{,}79 AZINDJ_t}$

$R^2=0{,}7$ DW=1,8 (1,6) (3,6) (-2,4) (-3,6)

Qartalsdaten $\mathbf{\Delta_4 LRLOHN_t = 0{,}02 + 10{,}46\Delta_4 LPROD_t - 0{,}04\Delta_4 LALQLT_{t-1} - 0{,}721\Delta_4 LAZINDJ_t}$

$R^2=0{,}69$ DW=1,02 (3,3) (3,49) (-4,5) (-6,1)

Vor allem in den Jahresdaten zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen denVariablen, die Gleichung erklärt einen hohen Anteil der Varianz der abhängigen Variable.

Nun werden zwei Fehlerkorrekturmodelle geschätzt, wobei einmal die Residuen aus der langfristigen Gleichung $LRLOHN_t = \beta_0 + \beta_1 LPROD_t + \beta_2 LALQLT_{t-1} + \beta_3 LAZINDJ_t$ als Korrekturterm verwendet werden (RESIDECM) und einmal vom theoretischen Zusammenhang $\beta_1=1$ ausgegangen wird ($ECM=LRLOHN_{t-1}-LPROD_{t-1}$).

Jahresdaten

$\mathbf{\Delta_1 LRLOHN_t = 0.005 + 0{,}72\Delta_1 LPROD_t - 0{,}03\Delta_1 LALQLT_{t-1} - 0{,}79\Delta_1 AZINDJ_t - 0{,}4 RESIDECM_{t-1}}$

$R^2=0{,}79$ (1,2) (4,9) (-2,1) (-4,3) (-3,6) DW=1,68

$\mathbf{\Delta_1 LRLOHN_t = 0{,}98 + 0{,}39\Delta_1 LPROD_t - 0{,}01\Delta_1 LALQLT_{t-1} - 0{,}95 AZINDJ_t - 0{,}16 ECM_t}$

$R^2=0{,}75$ (2,33) (2,1) (-0,6) (-4,4) (-2,3) DW=1,54

Quartalsdaten

$\mathbf{\Delta_4 LRLOHN_t = 0{,}01 + 0{,}5\Delta_4 LPROD_t - 0{,}06\Delta_4 LALQLT_{t-1} - 0{,}69\Delta_4 AZINDJ_t - 0{,}01 RESIDECM_{t-1}}$

$R^2=0{,}68$ (2,4) (4,1) (-3,9) (-5,6) (0,2) DW=0,98

$\mathbf{\Delta_4 LRLOHN_t = 0{,}79 + 0{,}34\Delta_4 LPROD_t - 0{,}02\Delta_4 LALQLT_{t-1} - 0{,}76\Delta_4 AZINDJ_t - 0{,}12 ECM_t}$

$R^2=0{,}73$ (4,2) (2,6) (-3,1) (-6,9) (-4,1) DW=1,09

Obwohl der Korrekturterm das erwartete Vorzeichen aufweist und in den meisten Gleichungen signifikant ist, verbessern sich dennoch die statistischen Eigenschaften der Fehlerkorrek-

[15] Thury wendet noch zusätzlich die sogenannte „Johansen-Prozedur" an, mit der zusätzlich die Eindeutigkeit des Kointegrationsvektors festgestellt werden kann.

turgleichungen nicht wesentlich gegenüber der Schätzung der 1. Differenzen (ohne Korrekturterm). Der Zusammenhang zwischen Reallohn und Produktivität scheint insgesamt deutlicher in den Jahresdaten zum Ausdruck zu kommen als in den Quartalsdaten.

5. Strukturbruch 1993

Abschließend soll noch auf Strukturbruch in den Parametern untersucht werden. Die Hypothese lautet, daß nach der Rezession 1993:2 das Lohnverhalten sich geändert hat.

LITERATUR

Banerjee,A.,Dolado,J.J.,Galbraith,J.W., Hendry,D.F.(1992), Co-Integration, Error Correction, and Econometric Analysis of Non-Stationary Data, Oxford University Press, 1992 [anspruchsvoll !]

Charemza,W.W.,Deadman,D.F.(1992), Econometric Practice, General to Specific Modelling, Cointegration and Vector Autoregression, Edward Elgar Publishing, 1992 [Kapitel 6 „Cointegration Analysis“ - sehr gute/verständliche Einführung !]

Engle,R.F.,Granger,C.W.J.(1987), „Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing“, in: Econometrica, 55, S.251-276

Franz,W.(1996), Arbeitsmarktökonomik, Springer, 1996 [Kapitel 4.4.1 „Fehler-Korrektur-Modelle“]

Greene,W.H.(1997), Econometric Analysis, Second Edition, 1997 [Kapitel 19]

Hamilton,J.(1994), Time Series Analysis, 1994 [sehr technisch]

Maddala,G.S., Kim, I.(1998), Unit Roots, Cointegration and Structural Change, Cambridge University Press, 1998 [sehr guter, aktueller Gesamtüberblick; nicht allzu technisch]

Neusser,K.(19984), „Time Series Representation of the Austrian Labour Market“, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1984 (?), S.292-312.

Pindyck,R.S.,Rubinfeld,D.L.(1998), Econometric Models and Economic Forcasts, Fourth Edition, McGraw-Hill 1998

Thury,G.(1990), „Testing for Cointegration and Dynamic Specification. An Application to Austrian Wage Data“, in: Empirica, Vol 17, 1990/1, S.61-74

Url,Th.,Wehinger,G.(1990), „The Nature of Autrian Macroeconomic Time Series. An Application to Austrian Aggregate Wage Data“, in: Empirica, Vol 17, 1990/1, S.131-154.

DATENDOKUMENTATION

Variablendefinition

LOHNSATZ = BLGS / (UNSELB*AZINDJ)

RLOHNSATZ = 100*LOHNSATZ/BIPDEFL

BLGS = Bruttolohn- und -gehaltssumme

UNSELB = Unselbständige Beschäftigte

AZINDJ = Jährliche Arbeitsstunden je Arbeiter

ALQ = AL/(AL+UNSELB)

ALQLT = ALQ/(1-ALQ)

BIPDEFL = BIP-Deflator (1983=100)

BIPREAL = BIP zu Preisen von 1983

PROD = BIPREAL / (UNSELB*AZINDJ)

ECM = ($LRLON_{-1}$ - $LPROD_{-1}$)

L = natürlicher Logerithmus einer Zeitreihe (die logerithmische Transformation dient der Stabilisierung der Varianzen der Zeitreihen)

D = 1. Differenzen einer Zeitreihe

Anmerkungen:

1. Die Gleichungen wurden mit Jahres- und Quartalsdaten geschätzt. Bei letzteren stellt sich das Problem der Saisonalität (beispieslweise bei Anwendung des ADF-Tests)
2. Sollte die Gesamtbeschäftigung (Selbständige und Unselbständige) oder nur die Unselbständigen als Beschäftigtenmaß herangezogen werden. Bei der Berechnung der Produktivität sollten die Selbständigen inkludiert werden, beim Lohnsatz hingegen nicht. Es wurde nur mit den Unselbständigen gerechnet.
3. Die Frage, ob der Zusammenhang für die Industrie oder die Gesamtwirtschaft geschätzt werden soll, wurde zugunsten letzterer entschieden.
4. Die Entwicklung der Arbeitszeit in der Industrie wird als Proxy für die Entwicklung der Gesamtarbeitszeit verwendet (diese damit wahrscheinlich unterschätzt, die die Arbeitszeitverkürzung in der Industrie besonders ausgeprägt war).
5. Schließlich wurde bei der Frage der Inflationsvariablen eine Entscheidung zugunsten des BIP-Deflators getroffen.